令和５年度入学者選抜試験　一般選抜（２期）　数学試験問題

＜注意事項＞

・ 解答を出すために必要な式等は，すべて記載すること。
・ 解答欄が足りない場合は，裏に続きを記入してもよい。
　ただし，表面の解答欄に「裏面に続く」と明記すること。

受験番号	

1　２次関数 $f(x)=ax^2-4ax+a^2+2a-1$ 　について，以下の問いに答えなさい。

ただし，a は負の定数とする。

（1） 放物線 $y=f(x)$ の頂点の座標を a を用いて表しなさい。

$y=ax^2-4ax+a^2+2a-1$

$=a(x-2)^2-4a+a^2+2a-1$

$=a(x-2)^2+a^2-2a-1$

よって，頂点の座標は $(2,\ a^2-2a-1)$

（2） 放物線 $y=f(x)$ が x 軸と共有点をもたないような a の値の範囲を求めなさい。

$a<0$ であるため、グラフの形状は上に凸となる。

よって、関数①のグラフの頂点の y 座標 a^2-2a-1 が

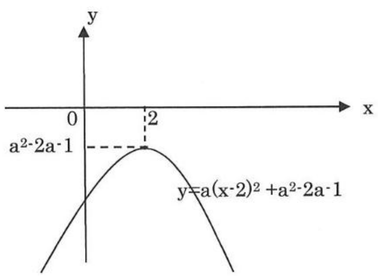
0 より小さければ x 軸と共有点をもたないことになる。

$a^2-2a-1<0$

$a^2-2a-1=0$ を解くと $a=1\pm\sqrt{2}$

よって $a^2-2a-1<0$ の解は $1-\sqrt{2}<a<1+\sqrt{2}$

$a<0$ であるので、求める範囲は　$1-\sqrt{2}<a<0$



（3） $a=-1$ のとき，放物線 $y=f(x)$ が x 軸から切り取る線分の長さを求めなさい。

$a=-1$ を　$y=ax^2-4ax+a^2+2a-1$ に代入すると

$y=-x^2-4(-1)x+(-1)^2+2(-1)-1$

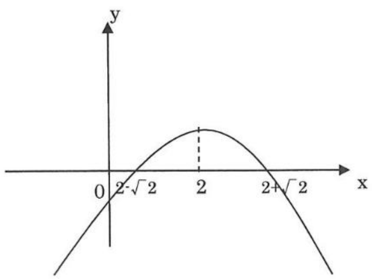
$=-x^2+4x+1-2-1$

$=-x^2+4x-2$

x 軸との交点を求める。

$-x^2+4x-2=0$ を解くと $x=2\pm\sqrt{2}$

よって，x 軸から切り取る線分の長さは $2+\sqrt{2}-(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$



2　連立不等式 $\begin{cases} 3(x-2)<2(x+1) \\ 2(x-a)\geqq 1 \end{cases}$ について以下の問いに答えなさい。

（1） a の値が 4 であるとき、連立不等式を満たす x の整数値を全て求めなさい。

$3(x-2)<2(x+1)$ を解くと、$x<8\cdots$①

$2(x-4)\geq 1$ を解くと、$x\geq\dfrac{9}{2}\cdots$②

①、②の共通範囲は $\dfrac{9}{2}\leq x<8$

この範囲に含まれる整数値は、5,6,7

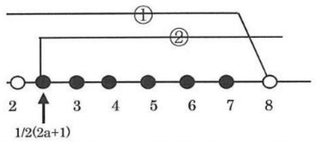
（2）連立不等式を満たす x の整数値がちょうど 5 個存在するような a の値の範囲を求めなさい。

$3(x-2)<2(x+1)$ より

$x<8\ \cdot\cdot\cdot$①

$2(x-a)\geq 1$ より

$x\geq\dfrac{1}{2}(2a+1)\ \cdot\cdot\cdot$②



連立不等式を満たす 5 個の整数は、

①より 3,4,5,6,7 となる。

また、②より連立不等式の解が整数 3,4,5,6,7

となる条件は

$2<\dfrac{1}{2}(2a+1)\leq 3$

よって　$\dfrac{3}{2}<a\leq\dfrac{5}{2}$

3　三角形 ABC において $\angle B=30^\circ$，$AB=1+\sqrt{3}$，$CA=\sqrt{2}$ とする。以下の問いに答えなさい。

ただし，$AB>BC$ とする。

（1）　BC の長さを求めなさい。

$BC=x$ とおくと

余弦定理より

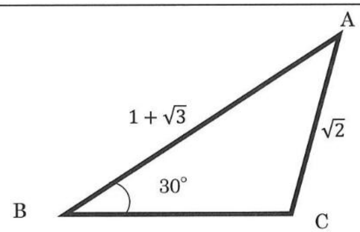
$CA^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B$

$(\sqrt{2})^2=(1+\sqrt{3})^2+x^2-2\cdot(1+\sqrt{3})\cdot x\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$x^2-\sqrt{3}(1+\sqrt{3})x+2(1+\sqrt{3})=0$

$(x-2)(x-(1+\sqrt{3}))=0$

これを解くと　$x=1+\sqrt{3}$，　2 となる。$AB>BC$ であるため、$BC=2$



（2） 三角形 ABC の面積を求めなさい。

（1）より、$BC=2$

よって、三角形 ABC の面積は、$\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot\sin B=\dfrac{1}{2}\cdot(1+\sqrt{3})\cdot 2\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}(1+\sqrt{3})$

【出題意図】

・1について
2 次関数についての理解を問う

・2について
連立不等式についての理解を問う

・3について
図形と計量についての理解を問う